수학 기출 뽀개기

1. 2001 - 2021학년도 기출문제
   ❶ 2001 - 2008 : 기입형 / 서술형
   ❷ 2009 - 2012 : 1차 객관식 / 2차 논술형
   ❸ 2013 - 2021 : 기입형 / 서술형
2. 연도별 기출문제
3. 해설로 정리하는 단권화
4. 「한 걸음 더」 제시를 통한 이론 / 긱론 확장

1. 2015 개정 수학과 교육과정에 따른 교과서 분석을 주제로 한 교사 협의회에서 교사들이 나눈 대화의 일부이다. 물음에 답하시오. [4점]

교사 A: 오늘 협의를 통해 교수학적 변환 과정에서 '교육과정–교과서 –수업'의 일관성이 매우 중요하다는 것을 다시 한 번 깨닫게 됩니다. 이번 시간에는 '수와 연산' 영역의 내용이나 전개 방식에 대해 생각한 점을 이야기해 볼까요?

교사 B: 저는 3학년 '나눗셈' 단원의 검산 활동에 대해 생각해 봤어요. 16을 5로 나누어 몫 3, 나머지 1을 얻었을 때, 이 계산이 맞는지 확인하기 위해 왜 5×3=15, 15+1=16과 같이 곱셈식과 덧셈식의 두 단계로 나타낸 걸까요? 수학적으로 동치이긴 하지만, 5×3+1=16과 같이 하나의 식으로 가르쳤었는데요.

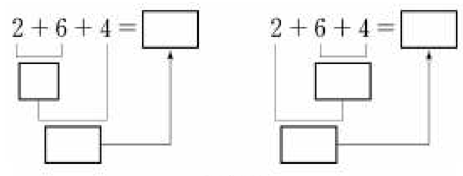
교사 C: 교육과정 중 내용 체계의 변화가 반영된 한 가지 사례에 해당합니다. 구체적으로, 2015 개정 수학과 교육 과정에서는 (㉠) 때문이죠. 학년군에 따른 학습 내용의 범위를 준수하기 위해 식 표현의 변화가 불가피한 부분이에요.

교사 B: 그렇군요. 나눗셈 알고리즘은 몫을 정할 때 어림을 잘 해야 하고 계산 과정도 복잡하기 때문에 계산을 맞게 했는지 확인해 보는 것이 중요한데, 나머지가 있는 나눗셈의 검산 식을 쓸 때 주의해야겠네요.

교사 A: 저는 1학년 '수와 연산' 영역의 한 차시를 살펴보다가 새로운 내용 요소가 구현되었다는 것을 파악했어요. 10을 만들어 더하기 차시에 도입된 덧셈의 성질입니다. **만약 학생들이 이 덧셈의 성질을 모르는 상태라면, 2+6+4를 계산할 때 10을 만들어 더하기 위해 뒤의 두 수인 6과 4를 먼저 더하도록 하는 것이 학생들에게 비약적이라고 생각했어요. 왜냐하면 ㉡이미 배운 세 수의 덧셈 방법과 다르기 때문이에요.**

교사 C: 그러면 ㉢그 덧셈의 성질을 어떤 방식으로 지도하게 되는 거지요?

교사 A: 2+6+4의 효과적인 계산을 위해서 10을 만들어 더하는 방법을 도입하기 전에 [그림]을 제시하여 그 덧셈의 성질을 파악하도록 하는 거죠.



[그림]

교사 C: 아, 그렇게 하면 10을 만들어 더하는 방법을 가르칠 때 주어진 식에 따라 효과적인 방법을 선택하여 계산할 수 있겠네요. **이제 나눗셈의 몫이 무한소수일 때 어림하는 방법에 대해 얘기해 보면 좋겠어요. 반드시 반올림으로 어림해야 할까요?**

교사 B: ㉣수학 내적 맥락에서는 보통 반올림하지만 실생활 맥락에서는 상황에 맞게 올림과 버림도 이용할 수 있다고 생각합니다. 학생들에게 문제 상황과 연관 지어 어떤 어림 방법을 이용하는 게 적절한지 토론해 보는 기회를 제공하는 것이 좋을 것 같아요.

1) ㉠에 들어갈 알맞은 이유를 2015 개정 수학과 교육과정에서 내용 체계의 변화에 근거하여 쓰시오. [1점]

2) **㉡을 설명하고, [그림]을 참조하여 ㉢을 세 수 a, b, c를 이용하여 식으로 나타내시오. [2점]**

3) ㉣과 관련하여, 다음 문제에서 구한 몫을 상황에 적절하게 어림하여 소수 셋째 자리까지 나타내시오. [1점]

문 제 백신 실험을 위해 천연 항상 물질 26.3mL가 필요하다. 추출기는 일일 추출량과 기간을 설정하여 매일 똑같은 양을 추출하도록 설계되어 있다. 13일 동안 추출하여 실험에 차질이 없으려면 하루 추출액을 적어도 몇 mL로 설정해야 하는가?

1 ▸2021 수학

	정답 예시	배점
1)	혼합계산이 5~6학년 군으로 이동되었기	1
2)	㉡ 세 수의 계산은 문제 상황에 맞게 앞에서부터 순서대로 계산할 수 있도록 지도한다 ㉢ (a + b) + c = a + (b + c)	2
3)	2.024mL [정답해설] 26.3÷13=2.0230769......... 으로 계산됩니다. 버림으로 계산하여 2.023으로 계산하며 2.023×13=26.299가 나와 실험에 필요한 항생 물질에 부족하게 됩니다. 따라서 올림을 통해 2.024씩 13일간 추출하면 2.024×13=26.312로 양이 부족하지 않아 실험에 차질이 없게 됩니다.	1

위쌤 Tip

[2021학년도 - B - 1번]

❶	❷	❸
개정의 중점	덧셈과 뺄셈	나눗셈 - 검산 지도

출제 포인트

- 학습 부담 경감
- 물체의 위치와 방향
- 역연산 관계
- 분해 / 합성
- 교환법칙
- 자연수의 혼합 계산

2021학년도 - B- 1번 1)

수학과 교육과정 개정의 중점

누리과정과의 연계성 확보	학습 부담 경감을 위한 내용 이동 및 삭제	성취 기준별, 학년군별 학습량 적정화
▪도형 영역의 쌓기나무 활동에 위치와 방향 추가	▪정비례와 반비례 중학교 이동 ▪분수와 소수의 혼합 계산 삭제	▪자연수의 혼합 계산 상향 이동 ▪수의 범위와 어림하기 상향 이동

수와 연산

분수와 소수의 혼합 계산 **삭제** (5~6학년군) → 학습 부담 경감

자연수의 혼합 계산 **이동** (3~4학년군 → 5~6학년군) → 학년군별 내용 적정화

한 걸음 더

수학과 교육과정 개정의 중점

도형

쌓기나무 활동에서 **물체의 위치와 방향 추가** (1~2학년군) → 누리과정과의 연계성 확보

예시

쌓기나무 3개를 3층으로 쌓고 1층 쌓기나무의 (위, 앞, 오른쪽)에 쌓기나무 1개를 놓습니다.

측정

원기둥의 겉넓이와 부피 **삭제** (5~6학년군) → 학습 부담 경감

넓이 단위(a,ha) **삭제** 및 무게 단위(t) **이동** (5~6학년군 → 3~4학년군)

수의 범위와 어림하기 **이동** (3~4학년군 → 5~6학년군)

→ 학년군별 내용 적정화 / 학습 부담 경감

삭제-원기둥의 겉넓이와 부피 → 학습 부담 경감

원기둥의 겉넓이와 부피 역시 초등학교 수학에서 삭제되지만, 중학교에서 다루어지던 내용이므로 수학과 교육과정 전체로 보면 지도되는 내용임.

한 걸음 더

수학과 교육과정 개정의 중점

규칙성

정비례와 반비례 **이동**
(5~6학년군 → 중학교)
→ 학습 부담 경감

규칙과 대응 **이동**
(3~4학년군 → 5~6학년군)
→ 학년군별 내용 적정화

자료와 가능성

영역명 **변경**
('확률과 통계' → '자료와 가능성')
→ 확률개념의 삭제 및 초등영역명의 특징 반영

자료의 수집, 분류, 정리, 해석 활동 **강조**

실생활과의 연계를 강화한 가능성의 경험 **강조**
(5~6학년군)
→ 실생활 중심의 통계 내용 재구성

2021학년도 - B- 1번 2)

[1-2-6] 덧셈과 뺄셈(3) - [단원 지도 유의 사항]

① (몇)+(몇)=(십몇)의 계산에서 **가수나 피가수를 분해하여 합이 10이 되는 두 수를 찾는 등 여러가지 방법**으로 계산할 수 있게 한다.

② (십몇)-(몇)=(몇)의 계산에서 **감수나 피감수를 분해하는 등 여러 가지 방법**으로 계산할 수 있게 한다.

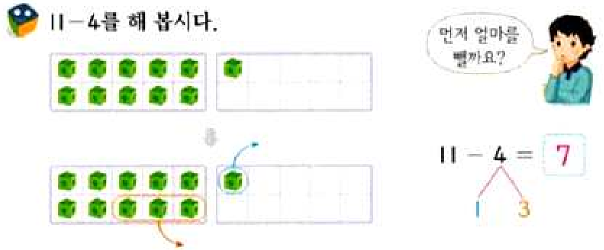
③ **수의 모으기와 가르기를 할 때 수판과 같이 구조화된 모델**을 통해 10을 이용 할 수 있도록 안내한다.

---[교과서]

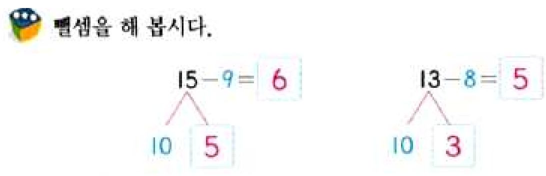
두 수에서 먼저 10을 어떻게 만들 것인가에 초점을 두어 가수를 분해하여 10을 만들거나 피가수를 분해하여 10을 만드는 방법 또는 가수와 피가수를 모두 분해하여 10을 만든 다음 나머지 수를 더하는 방법 등을 알아본다. **특히 이 차시에서는 가수를 분해하여 10을 만들고 나머지 수를 더하여 해결하는 방법을 소개한다.**

특히 이 차시에서는 피가수를 분해하여 10을 만들어 해결하는 방법을 소개한다. 4단원에서 배운 교환법칙을 이용하여 바꾸어 더할 수도 있다는 것과 두 수 중 어떤 수를 기준으로 가르고 10을 만들어도 결과가 같음을 알도록 충분한 학습이 되도록 한다.

2021학년도 - B - 1번 2)



이 차시에서 중점을 두는 뺄셈 전략은 피감수가 10이 되도록 감수 중 일부를 빼고, 피감수인 10에서 남은 감수를 빼는 방법이다. 예를 들어 12-4의 경우 12에서 먼저 2를 빼고 남은 10에서 2를 더 빼서 8을 구하는 방법이다.



이 차시에서 중점을 두는 뺄셈 전략은 10을 이용한 피감수 가르기로 10과 나머지를 가른 후 10에서 감수를 빼는 방법이다. 예를 들어 12-4의 경우 10에서 4를 빼고 남은 6과 2를 더해서 8을 구하는 방법이다.

[2-1-3] 덧셈과 뺄셈 - [단원 지도 유의 사항]

① **받아올림이 있는 덧셈식에서 일의 자리 수끼리의 합이 10이거나 10보다 클 경우에는 10을 십의 자리로 받아올림이 있음을 인식할 수 있도록 지도한다.**

② **받아내림이 있는 뺄셈식에서 일의 자리 수끼리 뺄 수 없을 때에는 십의 자리에서 10을 받아내려 계산함을 인식할 수 있도록 지도한다.**

⑥ 덧셈은 두 자리 수의 범위에서 다루되, 합이 세 자리 수인 경우도 포함된다.

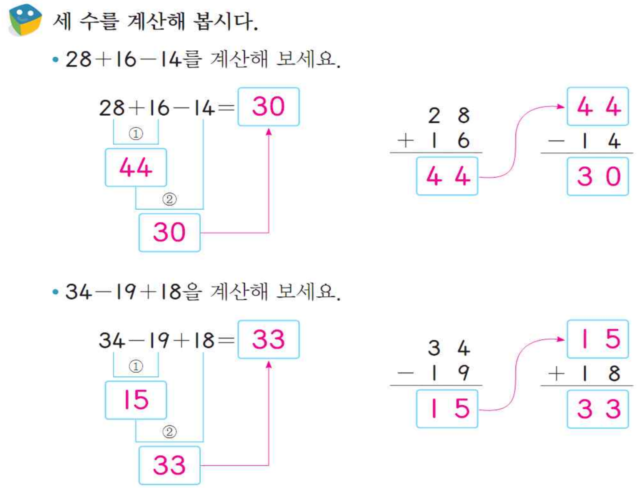
⑦ **한 가지 상황을 덧셈식과 뺄셈식으로 나타내는 활동을 통하여 덧셈과 뺄셈의 관계를 이해하게 한다.** 이때 논리적이고 정확한 설명이 아닐지라도 학생 자신의 언어로 이야기해 보도록 지도한다.

⑧ 모르는 어떤 수를 □를 사용하여 덧셈식과 뺄셈식으로 나타내도록 하고, 어떤 수를 나타내는 방법에는 다양한 방법이 있으나 여러 가지를 사용하면 혼동이 생기므로 일반적으로 □를 사용함을 지도한다.

⑨ □가 사용된 덧셈식과 뺄셈식은 □의 값을 직관적으로 구할 수 있는 수준에서 다룬다.

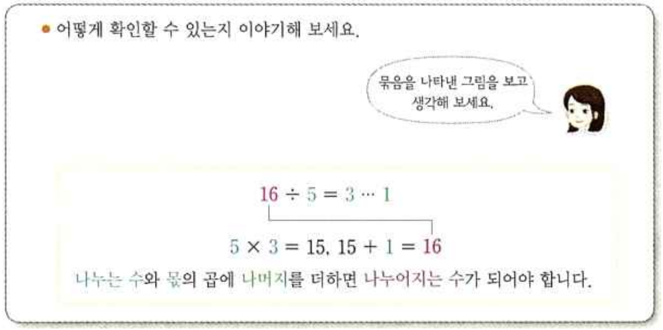
⑩ **세 수의 계산은 문제 상황에 맞게 앞에서부터 순서대로 계산할 수 있도록 지도한다**

[교과서]



[3-2-2] 나눗셈 - 검산 지도

계산하기 전에 답을 대강 어림해 보는 것이 중요한 것처럼 계산한 후에 검산하는 것 또한 중요하다. **덧셈과 뺄셈은 역연산 관계로 검산하기 위해 사용되듯이, 곱셈과 나눗셈도 역연산 관계로 서로를 검산하기 위해 사용된다.** 따라서 1학기에 학습하였던 곱셈과 나눗셈의 관계를 떠올려 보게 하는 것이 효과적이다.



검산 학습은 무엇보다도 몫을 맞게 구했는지 확인할 방법을 학생 스스로 탐구해 보도록 하는 것이 중요하다. 그렇지 않을 경우 자칫 검산이 기계적인 방식으로 이해되어 또 다른 학습의 부담이 될 수도 있다. 이를 위해 먼저 구체물이나 그림을 사용해 몫을 구하게 한 후 이를 이용해 몫이 맞았는지 확인해 보도록 한다. 이를 수식으로 나타낼 방법을 떠올려 보게 한 후 검산을 위해서는 나눗셈의 역연산이 곱셈이, 나머지가 있는 경우엔 곱셈과 덧셈이 사용된다는 점을 깨닫게 할 필요가 있다.

한편 2015 개정 교육과정에서는 혼합계산이 5~6학년 군으로 이동되었기 때문에 '5×3+1'과 같은 식을 사용할 수 없다는 점에 유의할 필요가 있다. 교과서에서는 '5×3=15, 15+1=16'과 같이 두 단계로 나누어 제시하였다. 학급의 실태와 학급의 수학 학습 관행에 따라 적절하게 지도할 것을 제안한다.

[5-1-1] 자연수의 혼합 계산

연속적인 덧셈이나 곱셈만으로 된 계산식에서는 교환법칙이 성립하기 때문에 계산순서를 바꾸어도 된다. 그렇지만 **뺄셈과 나눗셈에서는 교환법칙이나 결합법칙이 성립하지 않기 때문에 계산 순서를 지켜야만 한다.** 만약 계산 순서를 정하지 않으면 서로 다른 결과가 나올 수가 있다. 예를 들어, 3+2×5의 경우 다음과 같은 두 가지 계산이 가능하다

- 덧셈보다 곱셈을 먼저 계산한 경우 : 3+2×5=3+10=13
- 앞에서부터 차례로 계산한 경우 : 3+2×5=5×5=25

위의 사례는 계산 순서를 정하지 않으면 서로 다른 답을 얻게 된다는 것과 이것은 수학의 특성에 부합하지 않는다는 것을 보여 준다. 따라서 혼합 계산식에서는 그 순서를 정하여 계산하도록 약속했고, 그 약속은 다음과 같다.

① **덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈만 있는 식에서는 앞에서부터 차례로 계산한다.**
② **덧셈과 뺄셈, 곱셈과 나눗셈이 있는 식에서는 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산하고, 그 결과에 대하여 덧셈과 뺄셈의 계산을 왼쪽부터 차례로 한다.**
③ **괄호를 포함한 식에서는 괄호 안을 먼저 계산한다.**

---[교과서]

덧셈과 뺄셈이 섞여 있고 (   )가 있는 식에서는 (   ) 안을 먼저 계산합니다.

$$31-(12+8)=31-20=11$$

덧셈과 뺄셈이 섞여 있는 식에서는 앞에서부터 차례대로 계산합니다.

$$31-12+8=19+8=27$$

곱셈과 나눗셈이 섞여 있는 식에서는 앞에서부터 차례대로 계산합니다.

$$50\div5\times2=10\times2=20$$

곱셈과 나눗셈이 섞여 있고 (   )가 있는 식에서는 (   ) 안을 먼저 계산합니다.

$$50\div(5\times2)=50\div10=5$$

덧셈, 뺄셈, 나눗셈이 섞여 있는 식에서는 나눗셈을 먼저 계산합니다.
(   )가 있으면 (   ) 안을 가장 먼저 계산합니다.

$$(17+13)\div5-3=30\div5-3$$
$$=6-3$$
$$=3$$

덧셈, 뺄셈, 곱셈, 나눗셈이 섞여 있는 식에서는 곱셈과 나눗셈을 먼저 계산합니다.
(   )가 있으면 (   ) 안을 가장 먼저 계산합니다.

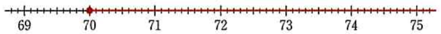
$$96\div3-(2+5)\times4=96\div3-7\times4$$
$$=32-7\times4$$
$$=32-28$$
$$=4$$

2021학년도 - B - 1번 3)

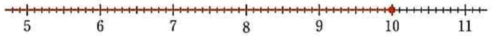
[5-2-1] 수의 범위와 어림하기

[교과서]

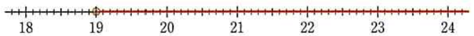
70, 71, 73, 75 등과 같이 70과 **같거나 큰 수**를 70 이상인 수라고 합니다.
70 이상인 수를 수직선에 나타내면 다음과 같습니다.



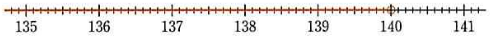
10.0, 9.5, 9.0, 8.7 등과 같이 10과 **같거나 작은 수**를 10 이하인 수라고 합니다.
10 이하인 수를 수직선에 나타내면 다음과 같습니다.



19.4, 20.9, 22.0 등과 같이 19**보다 큰 수**를 19 초과인 수라고 합니다.
19 초과인 수를 수직선에 나타내면 다음과 같습니다.



139.5, 137.0, 135.8 등과 같이 140**보다 작은 수**를 140 미만인 수라고 합니다.
140 미만인 수를 수직선에 나타내면 다음과 같습니다.



204를 십의 자리까지 나타내기 위하여 십의 자리 아래 수인 4를 10으로 보고 210으로 나타낼 수 있습니다. 이와 같이 구하려는 자리의 아래 수를 올려서 나타내는 방법을 올림이라고 합니다.

올림하여 십의 자리까지 나타내면	올림하여 백의 자리까지 나타내면
204 → 210	204 → 300

756을 십의 자리까지 나타내기 위하여 십의 자리 아래 수인 6을 0으로 보고 750으로 나타낼 수 있습니다. 이와 같이 구하려는 자리의 아래 수를 버려서 나타내는 방법을 버림이라고 합니다.

버림하여 십의 자리까지 나타내면	버림하여 백의 자리까지 나타내면
756 → 750	756 → 700

구하려는 자리 바로 아래 자리의 숫자가 0, 1, 2, 3, 4이면 버리고, 5, 6, 7, 8, 9이면 올려서 나타내는 방법을 반올림이라고 합니다.

반올림하여 십의 자리까지 나타내면	반올림하여 백의 자리까지 나타내면
4282 → 4280	4282 → 4300

7. 2015 개정 수학과 교육과정의 '도형' 영역의 교수·학습에 대해 지도 교사와 예비 교사가 나눈 대화의 일부이다. 물음에 답하시오. [4점]

지도 교사: 2학년과 3학년 도형 단원의 교수·학습의 차이점을 생각해 볼까요?

예비 교사: 2학년 도형 단원에서 개념을 도입할 때에는 ㉠학생에게 예를 그림으로 제시하여 시각적, 구체적으로 이해 가능하도록 정의하는 방법을 사용해요.

지도 교사: 개념의 예를 제시할 때는 ㉡디에네스(Z.Dienes)의 수학적 다양성의 원리를 고려할 필요가 있습니다.

예비 교사: 3학년부터는 도형 단원에서 개념을 어떤 방법으로 도입하나요?

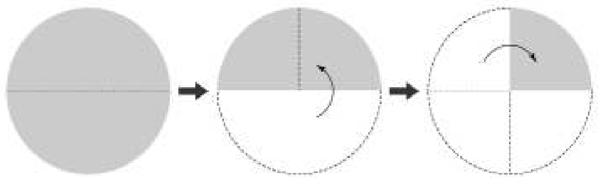
지도 교사: 개념의 속성을 이용하는 내포적 방법으로도 정의합니다. 또한 [그림 1]처럼 도형의 개념들을 좀 더 체계적이고 위계적으로 도입합니다.

직사각형	네 각이 모두 직각인 사각형
↑	
직각	종이를 반듯하게 두 번 접었을 때 생기는 각
↑	
각	한 점에서 그은 두 반직선으로 이루어진 도형
↑	
반직선	한 점에서 시작하여 한 쪽으로 끝없이 늘인 곧은 선

[그림 1]

예비 교사: 그런데 [그림 1]에서 직각은 내포적 방법으로 정의하지 않은 것 같은데, 맞나요? 종이접기 활동을 왜 하는지도 궁금하네요.

지도 교사: 정확하게 파악했어요. 원래 직각을 내포적 방법으로 정의하면, '두 직선이 만나서 생기는 (㉢), 이 각을 각각 직각'이라고 합니다. 하지만 초등학교 3학년에서 지도하기에 지나치게 형식적이고 복잡합니다. 그래서 학생의 수준에 맞도록 [그림 2]처럼 직접 종이를 접어 직각을 만들어 보는 활동을 하는 것입니다.



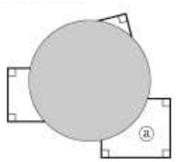
[그림 2]

...(중략)...

예비 교사: 직각, 직사각형 개념을 지도한 후 어떤 활동을 하는 것이 좋을까요?

지도 교사: [그림 3]처럼 해결 전략과 답이 다양할 수 있는 탐구 과제를 제공하여 학생에게 **창의적 사고**의 기회를 주는 것이 좋습니다.

과 제 원판이 3개의 사각형 일부를 덮고 있다. 원판을 제거했을 때 3개의 사각형에 있는 직각은 모두 몇 개 입니까? (단, 3개의 사각형은 서로 겹치지 않는다.)



답 직각은 모두 (㉣)개입니다.

[그림 3]

예비 교사: 원판으로 가려진 부분이 어떤 모습인가에 따라 답이 다양할 것 같아요.

지도 교사: 그렇습니다. 하지만 원판을 제거했을 때 사각형 ⓐ에 있는 직각의 개수는 (㉤)개 뿐입니다. 이 내용이 과제 해결에서 중요한 역할을 합니다.

1) ㉡을 고려하여 ㉠의 방법으로 사각형을 정의하시오. [1점]

2) ㉢에 들어갈 알맞은 말을 쓰시오. [1점]

3) ㉣에 들어갈 알맞은 수를 5개를 쓰고, ㉤에 들어갈 수를 쓰시오. [2점]

㉣ ______

㉤ ______

2 ▸2021 수학

	정답 예시	배점
1)	그림과 같은 여러가지 모양의 도형을 사각형이라고 합니다	1
2)	이웃한 각들의 크기가 서로 같으면	1
3)	㉣ 7, 8 .9, 10, 12 ㉤ 4 [정답해설] 풀이 과정은 11쪽에 제시됨	2

위쌤 Tip

[2021학년도 - B - 2번]

❶ 딘즈 ⇨ ❷ 예시적 정의 ⇨ ❸ 직각

출제 포인트
수학적 다양성 원리
지각적 다양성 원리
예시적 정의
명명적 정의
내포적 정의
직각 도입

2021학년도 - B - 2번 1)

디에네스(Z.Dienes) - 수학 학습 원리

역동적 원리: 수학적 개념 형성을 위하여, 목표가 불분명하며 그 자체로 즐기는 예비 놀이 단계, 좀더 방향이 정해지고 목적을 지향하지만 추구하고 있는 것에 대한 명확한 인식은 없는 구조화된 놀이 단계, 형성된 개념을 고정시키고 적용하기 위한 실습 놀이 단계의 각각을 순차적으로 적절한 시기에 필수적인 경험으로서 제공해야 한다는 것이다.

지각적 다양성의 원리: 예를 들어 평행사변형을 종이 위해 그릴 수도 있고, 두 개의 합동인 나무로 된 삼각형으로 만들 수도 있고 점판위에 표시할 수도 있고, 벽지에 패턴에서도 찾을 수 있다.★

수학적 다양성의 원리: 예를 들어 평행사변형의 개념 학습을 위한 예를 제공한다면 대변이 평행이 되도록 유지하면서 각의 크기나 대변의 길이, 위치 등을 변화시킴으로써 모양을 변화시키는 것을 말한다.★♥

구성의 원리: 아동은 분석적 사고를 하기 훨씬 이전에 구성적 사고를 발달시키므로 아동에게 제시하는 수학적 상황은 분석보다는 구성을 요구하는 것이 우선되어야 한다는 것이다.★

[2-1-2] 여러 가지 도형 - [단원 지도 유의 사항]

① 여러 가지 도형들을 보고 공통점과 차이점을 바탕으로 분류하게 하고, 이름 짓기 활동을 통해 도형의 특징에 대한 **직관적인 경험**을 한다.

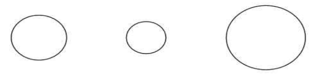
② **'두 점을 곧게 이은 선을 선분이라고 한다.'는 선분의 정의가 3~4학년 군으로 옮겨 감에 따라** 1~2학년 군에서는 선분이라는 용어를 이용하지 않고 직관적으로 이해할 수 있도록 삼각형과 사각형을 정의하여 지도한다.

③ 오각형과 육각형의 개념은 삼각형과 사각형의 구성 요소인 **변의 수**를 늘려가면서 직관적으로 이해하도록 한다.

--[교과서]

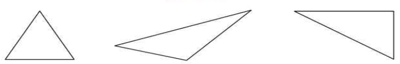
■ **[2차시] ○을 알아볼까요?**

그림과 같은 모양의 도형을 원이라고 합니다.

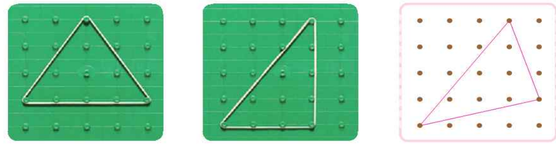


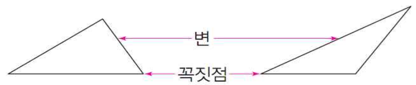
■ **[3차시] △를 알아볼까요?**

그림과 같은 모양의 도형을 삼각형이라고 합니다.



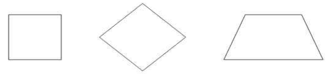
• 여러 가지 삼각형을 만들고 그려 보세요.



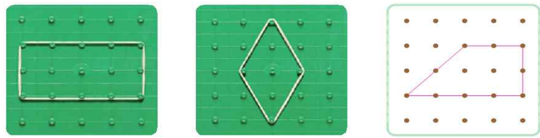


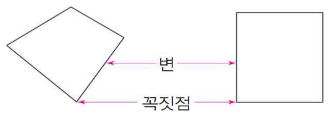
■ **[4차시] □를 알아볼까요?**

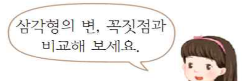
그림과 같은 모양의 도형을 사각형이라고 합니다.



• 여러 가지 사각형을 만들고 그려 보세요.







[3-1-2] 평면도형 - [단원 지도 유의 사항]

① 도형 개념을 이끌어 내기 위해 일상생활의 사물을 활용하지만 사물 그 자체가 도형이 아님을 주의해야 한다. **도형은 사물의 여러 특성 가운데 점, 선, 면과 같은 기본 요소가 추상화된 개념이다.**

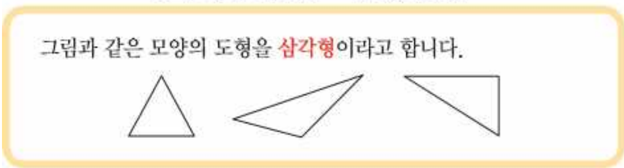
② 반직선과 직선을 유한한 종이에 그리기 어렵다는 것을 알게 하고 유한한 선분을 이용하여 반직선이나 직선을 표현하는 방법을 익히게 한다.

③ **각**을 도형으로 인식하지 못하는 경우가 많다. 도형의 의미를 떠올리게 하고 각 역시 **한 점에서 그은 두 반직선으로 이루어진 도형**임을 알게 한다.

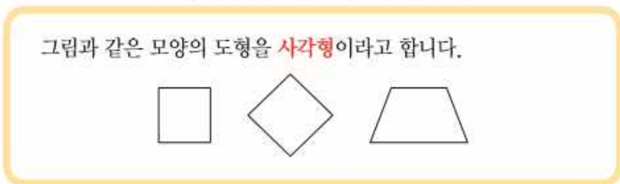
도형의 예시적 정의와 명명적 정의

1학년 2학기 3단원 여러 가지 모양 단원에는 일상용어와 △와 □ 모양으로 삼각형과 사각형을 직관적으로 파악하도록 하였고, 2학년 1학기에 삼각형, 사각형의 개념을 다음과 같이 예시적으로 도입하였다.

2학년 1학기 2단원 – 삼각형의 도입



2학년 1학기 2단원 – 사각형의 도입



위와 같이 개념을 처음 도입하거나 학습 수준이 매우 낮은 입문기 학생들에게는 학습자에게 익숙한 예를 제시하여 시각적, 직관적으로 이해가 가능하도록 설명하는 방법인 예시적 정의가 사용된다. 그러나 도형 학습이 본격적으로 시작되는 3학년에서는 이와는 다르게 개념의 내포를 이용한 명명적 정의가 사용된다. **명명적 정의는 상위 개념에 종차를 첨가하여 새로운 하위 개념을 형성하는 방법으로 도형 개념 상호 간의 관계에 바탕을 두고 있다. 예를 들어 이 단원에서 직각삼각형은 '한 각이 직각인 삼각형'으로 정의된다. 즉, 상위 개념인 삼각형 중에서 직각이라는 구성 요소를 가진 하위 개념으로 직각삼각형이 정의되고 있다.**

이와 같은 명명적 정의와 관련하여 다음과 같은 지도 방법이 있다.

(1) **도형의 구성 요소에 착안하여 정의한다.** 도형의 구성 요소인 꼭짓점, 각, 변, 모서리, 면의 수를 조사하고, 그들의 위치 관계를 조사하여 도형의 용어를 자연스럽게 정의한다.

(2) 새로운 용어는 가능하면 상위 개념과 관련하여 정의한다. 도형 상호 간의 관계를 이해할 수 있도록 상위 개념에 종차를 첨가해서 하위 개념을 점진적으로 도입한다.

(3) 정의된 용어는 자주 사용하고 가급적 수정하지 않는다. 구체물에서 추상화한 도형 용어는 자주 사용하지 않으면 다른 용어의 간섭을 받아 잊기 쉽다. 따라서 약속한 용어를 일상적으로 사용함으로써 그 성질까지 발견하게 한다.

(4) 학생 주도적 활동의 구성주의에서는 학생들이 용어를 '만드는 기회'를 중시한다. 따라서 용어를 '주어진 것'이기 보다는 학생들과 적절히 협의하면서 약속하여 그들이 '만드는 것'으로 느끼는 것이 바람직하다.

특히 위의 네 번째 제안과 관련하여 2015 수학과 교육과정에서는 도형 영역의 교수 • 학습 방법 및 유의 사항으로 "여러 가지 삼각형과 사각형을 이름 짓는 활동을 통하여 각 도형의 정의에 대해서 학생들 스스로 사고하게 한다."라고 되어 있다. 이에 따라 이 단원에서는 도형의 이름을 학생들이 지어 보도록 하는 활동을 포함하도록 하였다

개념 간의 위계적 관계

명명적 정의와 함께 3학년 도형 학습부터는 도형의 개념들이 좀 더 체계적이고 위계적으로 도입된다. 직각삼각형과 직사각형은 각각 '한 각이 직각인 삼각형', '네 각이 모두 직각인 사각형'으로 약속한다. **여기서 새롭게 등장하는 개념인 직각은 '(주어진) 그림과 같이 종이를 반듯하게 두 번 접었을 때 생기는 각'으로 약속하고, 각은 다시 '한 점에서 그은 두 반직선으로 이루어진 도형'으로 약속한다. 여기서 다시 새롭게 등장하는 반직선은 '한 점에서 시작하여 한쪽으로 끝없이 늘인 곧은 선'으로 약속한다. 이와 같은 개념 사이의 관계를 정리하면 다음과 같다.**

직사각형 직각삼각형	네 각이 모두 직각인 사각형 한 각이 직각인 삼각형
⇧	
직각	종이를 반듯하게 두 번 접었을 때 생기는 각
⇧	
각	한 점에서 그은 두 반직선으로 이루어진 도형
⇧	
반직선	한 점에서 시작하여 한쪽으로 끝없이 늘인 곧은 선

이와 같이 이 단원에서 제시되는 주요 개념들은 위계적인 상호 관계 하에서 도입되고 있다. 그런데 여기서 몇 가지 의문점을 가질 수 있다. 먼저 새로운 개념을 도입할 때 필요한 개념들을 하나씩 순서대로 약속하고 있는데, 반직선을 약속하는 데 사용하는 점이나 선은 왜 약속하지 않는가? 다음으로 직사각형, 직각삼각형, 각, 반직선은 상위 개념과 하위 개념을 이용한 명명적 정의 방법을 사용하는데 직각은 좀 다른 방식으로 약속을 하고 있다. 왜 직각만 다르게 약속하는가? 이 질문에 대한 논의는 도형 학습의 모태가 되는 기하학을 살펴본 다음 다루도록 하겠다.

도형 개념의 형성

1) 개념의 구성: 내포와 외연

① 외연: 한 개념이 지시하는 모든 대상들의 전체 집합을 의미하는 것

(예) 평행사변형의 외연: 직사각형, 정사각형, 마름모와 같은 특수한 평행사변형과 전형적인 평행사변형들로 이루어진 평행사변형 전체를 의미

② 내포: 한 개념에 해당되는 대상들이 가지고 있는 공통적인 성질을 의미

(예) 평행사변형의 내포는 일반적으로 5가지 성질

2) 도형의 개념 지도

외연에 의해 몇 개의 도형을 주고, 그것을 시각적·감각적으로 분류하도록하고, 내포에 의해 분류된 도형에서 공통적인 성질이나 특징을 찾아내도록 한다.

개념을 정의하는 방법에는 내포적 방법과 외연적 방법, 동의적 방법이 있다. 동의적 방법은 피정의항과 유사한 의미를 지닌 용어를 사용하여 정의하는 방법이다. 예를 들어 '원'을 '동그라미 모양', '정의'를 '약속(약속하기)' 로 정의한다거나, 2+3=5를 2 더하기 3은 5와 같다. 라고 읽는다.' 라고 정의하는 경우가 이에 속한다. 내포는 개념에 속하는 대상들이 지닌 공통의 속성을 가리키며, 외연은 개념에 속하는 대상들을 가리키므로, 예시적 방법은 개념의 외연을 활용하는 것이라고 볼 수 있다.

정의의 지도

• **공리적 정의:** 수학의 공리와 같이 약속해서 결정하는 것으로 정의한다.
예를 들면 삼각형의 '높이'에 대한 정의를 내리기 위해 삼각형의 구성 요소인 변과 꼭짓점에 관한 약속이 있은 후, 삼각형의 높이는 꼭짓점에서 밑변에 내린 수선의 길이로 정의한다.

• **내포적 정의(논리적 정의):** 내포들 중 특징적인 성질을 이용하여 개념을 정의하는 것으로 최근류(最近類)와 종차(種差)에 의한 정의이다. '직사각형은네 각이 직각인 사각형이다.'에서 직사각형의 상위 개념인 사각형이 최근류이고 이 둘을 구분해 주는 '네 각이 직각'이라는 속성을 종차라 한다.

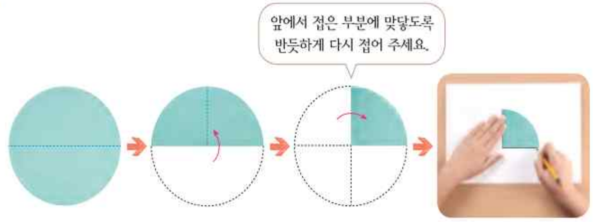
• **예시적 정의:** 저학년에서 사용되는 정의로서 구체적인 예를 들어 정의한다.
예를 들면 '성냥 곽과 같은 모양을 직육면체라고 한다.'는 예시적 정의다.

2021학년도 - B - 2번 2)

[교과서]

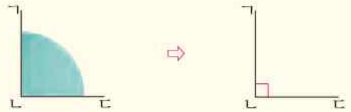
학교에서 찾은 각의 같은 점을 알아봅시다.

다음과 같이 종이를 두 번 접어 봅시다.



• 위에서 만든 각을 본떠 보세요.

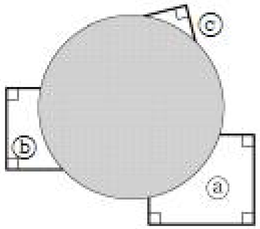
그림과 같이 종이를 반듯하게 두 번 접었을 때 생기는 각을 직각이라고 합니다.



직각 ㄱㄴㄷ을 나타낼 때에는 꼭짓점 ㄴ에 ⌞ 표시를 합니다.

유클리드 직각을 다음과 같이 정의했다.
'직선에다 다른 한 직선을 세웠을 때 이웃한 각들의 크기가 서로 같으면 그 각을 직각이라고 부른다. 이때 세운 직선은 원래 직선과 수직이다.'
따라서 직각 개념은 종이를 반듯하게 두 번 접는 종이접기 활동으로 도입하는 것이 바람직하다. 여기서 종이를 반듯하게 두 번 접는다는 것은 종이를 한 번 접었을 때 생기는 선분의 각(평각, 180°)을 수직 이등분함을 의미하는 것으로, 한 번 접고 나서 두 번째 접을 때 처음 접었던 자리가 일치하게 접는다는 것을 의미한다.

2021학년도 - B - 2번 3)

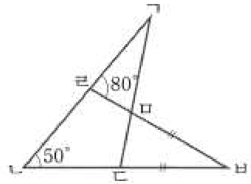


3개의 사각형을 각각 ⓐⓑⓒ라고 했을 때 사각형에서 직각의 개수를 알아봅시다. 사각형은 4개의 내각의 합이 360°이 됩니다. 따라서 사각형이 가질 수 있는 직각의 수는 0, 1, 2, 4개 이고 3개의 각이 직각인 경우는 만들 수 없습니다. 3개의 각이 직각이면 이미 내각의 합이 270°이고 나머지 1개의 각이 자동으로 90°가 되기 때문입니다.
이로 인해 ⓐ는 이미 직각이 3개가 있으므로 반드시 4개의 직각을 가진 사각형만 가능하고 ⓑ는 2개, 4개의 직각을 ⓒ는 1개, 2개, 4개의 직각을 가질 수 있습니다. 따라서 각 경우의 수를 표로 그려 원판을 제거했을 때 직각의 수를 확인하면 다음과 같습니다.

ⓐ	ⓑ	ⓒ	합계
4	2	1	7
4	2	2	8
4	2	4	10
4	4	1	9
4	4	2	10
4	4	4	12

한 걸음 더 — 다각형 각 구하기

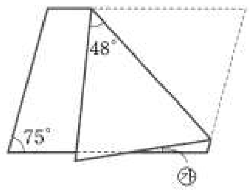
1 오른쪽 도형에서 삼각형 ㅂㅁㄷ은 이등변삼각형이다. (각 ㄱㄹㅁ)=80°, (각 ㄱㄴㄷ)=50°일 때, 각 ㄴㄱㄷ의 크기를 구하여라.



| 생각하기 | 이등변삼각형은 꼭지각과 밑각 중 한 각만 알면 다른 각을 모두 구할 수 있다.

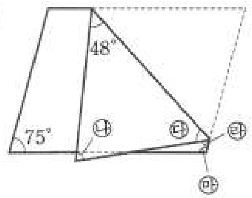
| 풀이 | 각 ㄱㄹㅁ이 삼각형 ㄹㄴㅂ의 외각이므로 (각 ㅁㅂㄷ)=80°−50°=30°
삼각형 ㅂㅁㄷ은 이등변삼각형이므로 (각 ㅁㄷㅂ)=(180°−30°)÷2=75°
각 ㅁㄷㅂ은 삼각형 ㄱㄴㄷ의 외각이므로 (각 ㄴㄱㄷ)=75°−50°=25° 답 25°

2 평행사변형을 오른쪽 그림과 같이 접었을 때, 각 ㉮의 크기를 구하여라.



| 생각하기 | 평행사변형은 마주 보는 내각의 크기가 같고, 이웃하는 두 각의 합은 180°이다.

| 풀이 |



(각 ㉯)=75°, (각 ㉰)=180°−(48°+75°)=57°
(각 ㉱)=180°−57°×2=66°
(각 ㉲)=105°
(각 ㉮)=180°−(66°+105°)=9° 답 9°

3. '자료와 가능성' 영역의 수업 자료 개발에 대해 수석 교사와 두 초임 교사가 나눈 대화의 일부이다. 물음에 답하시오. [3점]

수석 교사: 3학년의 그림그래프 관련 단원과 6학년의 띠그래프 관련 단원에서 사용할 수업 자료를 개발하셨나요?

초임 교사 A: 네, 저는 그림그래프 알아보기 차시에서 사용할 그림그래프를 [그림 1]과 같이 만들었습니다.

[그림 1]

수석 교사: 학생들은 그림그래프에 나타난 그림의 길이만 보고 자료의 개수를 비교하는 오류를 보이기도 합니다. 그런데 [그림 1]은 이 오류를 확인하기 어렵습니다.

초임 교사 A: 이 오류를 확인해서 지도하려면 [그림 1]을 어떻게 바꾸어야 할까요?

수석 교사: [그림 1]에서 은빛 마을의 학생 수만을 29명으로 바꾸면 은빛 마을 학생 수를 나타낸 그림의 길이가 가장 길게 됩니다. 따라서 단순히 그림그래프에 나타난 그림의 길이가 길다고 (㉠)(이)라는 내용을 지도할 수 있어요.

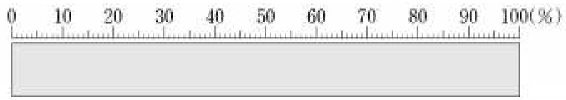
초임 교사 B: 저는 [그림 2]와 같은 수업 자료를 개발하고 있습니다. 이때, ㉡표에서 백분율의 합이 100%이면서 각 항목의 백분율이 모두 자연수가 되고, 과학과 역사 이외에는 백분율이 서로 같이 않도록 하려고 합니다. 그러면 학생들이 띠그래프를 쉽게 그릴 수 있고, 항목의 비교도 수월하게 할 겁니다.

연수네 반 학생들이 학교 도서관에서 빌린 책의 종류를 조사하여 나타낸 표입니다. 띠그래프로 나타내어 봅시다.

빌린 책의 종류별 권수

종류	과학	문학	수학	역사	언어	기타	합계
권수(권)	90		㉢	90	18	36	360
백분율(%)							100

빌린 책의 종류별 권수



[그림 2]

1) ㉠에 들어갈 알맞은 말을 쓰시오. [1점]

2) ㉡을 고려하여 ㉢에 들어갈 알맞은 수 2개를 쓰시오. [2점]

3 ‣ 2021 수학

	정답 예시	배점
1)	학생수가 많은 것이 아니다	1
2)	54, 72 [정답해설] 전체 책의 수가 360권이고 이것을 100으로 나누면 3.6이된다. 즉, 책 3.6권이 백분율로 1%에 해당한다. 문제에서 백분율이 모두 자연수가 되어야 하므로 3.6권에 자연수를 곱해 자연수가 나오는 수를 계산해보면 가장 작은 수가 3.6×5=18이 됩니다. 즉 책 18권이 늘어나면 백분율로 5% 증가하여 증가하는 책 수와 백분율이 모두 자연수로 증가하게 됩니다. 과학, 역사, 언어 기타의 책을 모두 더하면 90+90+18+36=234이고 360-234=126 따라서 문학과 수학에 들어갈 책의 수의 합은 126권입니다. (문학, 수학)=(18, 108), (36, 90), (54, 72), (72, 54), (90, 36), (18, 108)이 가능한데 과학, 역사 이외에는 백분율이 같으면 안되므로 문학, 수학은 18, 36, 90권이 되면 안됩니다. 따라서, (문학, 수학)=(54, 72), (72, 54)만 가능하고 ㉢에 들어갈 수는 54, 72만 가능합니다.	2

위쌤 Tip

[2021학년도 - B- 3번]

❶ 그림 그래프 → ❷ 비율 그래프 → ❸ 백분율

출제 포인트
통계 과정
분류 / 정리
표 / 그래프
그림 / 막대 그래프
꺽은선 그래프
그림 / 비율 그래프

2021학년도 - B - 3번 1)

[3-2-6] 자료의 정리

그림그래프 (picto-graphs)

그림으로 된 자료를 이용하는 것에는 도표와 그래프가 있다. 그림그래프는 표현된 양을 기호화하기 위하여 그림이나 도상(icon)을 이용한다. 그림그래프에서는 시간에 따라 양이 변하는 것을 관찰할 수 있고 나타낸 유사한 대상들을 비교할 수 있다.

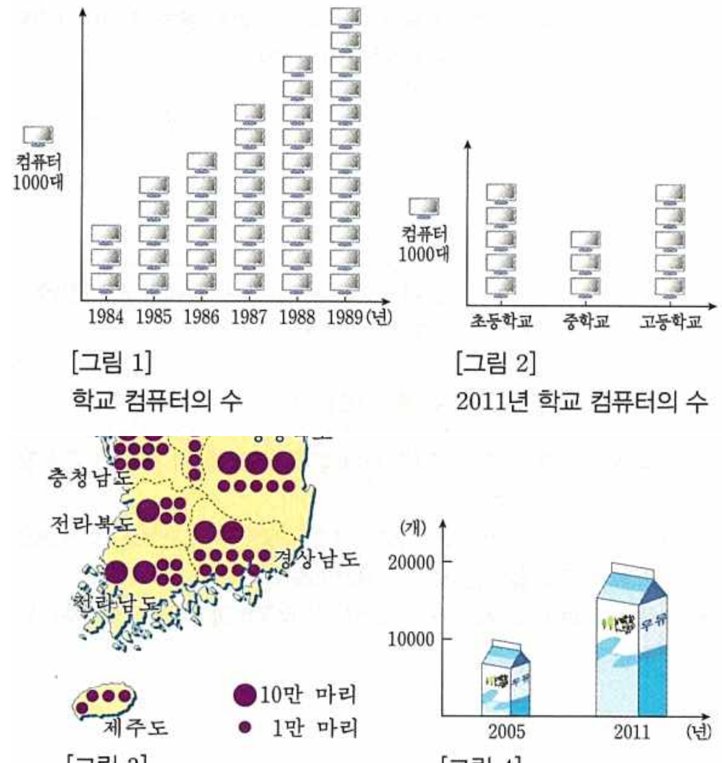
--------------------[교과서]


알려고 하는 수(조사한 수)를 그림으로 나타낸 그래프를 그림그래프라고 합니다.

그림그래프에서 그림이 나타내는 수가 얼마인지 알아봅시다.

도서관을 이용한 학생 수

요일	학생 수	
월요일		53
화요일		30
수요일		22
목요일		33
금요일		46



[그림 1] 학교 컴퓨터의 수

[그림 2] 2011년 학교 컴퓨터의 수

[그림 3] 어느 해의 도별 소의 수

[그림 4] 우유 소비량

그림그래프 (picto-graphs)

[그림 2]에서 초 • 중 • 고등학교의 컴퓨터 수를 비교할 수 있다. [그림 1]과 [그림 2]는 점 대신에 그림으로 나타낸 것이다. [그림 3]은 어느 해의 각 도별 소의 수를 나타낸다. 여기서 중요한 것은 각 도별 소의 절대적인 양을 그래프에서 얼마나 빠르고 자세하게 비교하여 살필 수 있는가이다. 만일 그림그래프의 그림을 3차원으로 그렸다면 자칫 정보가 왜곡될 위험이 있다. [그림 4]가 그러하다. **세로축에 의하여 우유의 소비량은 2005년에서 2011년까지 2배 증가했음을 알 수 있다. 그러나 2011년에 있는 우유갑 그림의 가로, 세로, 높이는 2005년도 우유갑 그림의 가로, 세로, 높이와 비교하여 각각 2배씩이므로 2011년의 우유 소비는 2005년과 비교하여 2배보다 훨씬 많은 것으로 보일 수 있다. [그림 4]에서 2011년의 우유 소비는 2005년의 우유 소비의 8배인 것처럼 보인다. 우리는 이와 같은 그림그래프에서 정보를 잘못 해석할 수도 있는 것이다**

2021학년도 - B - 3번 2)

[6-1-5] 여러 가지 그래프 - [단원 지도 유의 사항]

① **학생들의 삶과 밀접한 소재 또는 실생활 자료를 활용하여 학생들의 관심과 흥미를 끌 수 있도록 한다.**

② 백분율을 구하거나 그래프를 그리기에 치중하기보다는 그래프를 보고 이해하는 활동에 중점을 둔다.

1. 그림그래프

그림그래프(pictograph)는 조사한 수량을 그림이나 기호를 사용하여 나타낸 그래프를 말한다. **일반적으로 그림그래프는 권역에 따라 조사된 수량적 정보들을 지도에 직접 간단한 그림으로 나타내는데 권역별 분포를 한눈에 쉽게 파악할 수 있다는 장점이 있다.** 이런 장점으로 자료를 직관적으로 쉽게 파악할 수 있게 하는 신문이나 보고서 등에서 자주 활용된다.

2. 비율 그래프

비율 그래프는 전체를 100%로 보고 각 부분을 띠 모양이나 원 모양, 사각형 모형으로 나타내는 것을 말한다.

띠그래프는 전체에 대한 각 부분의 비율을 띠 모양으로 나타낸 것으로, 그리기 쉽고 길이 감각을 이용하여 자료의 크기를 비교하기 쉬운 장점이 있다.

표에서 각 항목별 배열의 순서가 의미 있는 경우에는 그 순서에 따라 그래프로 나타내고, 의미가 없는 경우에는 비율이 높은 순서대로 왼쪽에서 오른쪽으로 배열하며 기타 항목은 가장 나중에 나타낸다.

원그래프는 중심각의 크기를 이용하여 전체에 대한 각 부분의 비율을 원 모양으로 나타낸 것으로 전체와 부분, 부분과 부분 사이의 비율을 한눈에 알아보기 쉽다. 그러나 원그래프는 중심각의 크기를 100등분해야 하므로 띠그래프에 비해 그리기가 어렵다. 이에 초등학교에서는 눈금이 있는 원을 제시하여 학생들이 원그래프를 그리도록 하고 있다.

원그래프로 나타낼 때 계열이나 습관성의 문제가 없을 경우에는 비율이 높은 것부터 순서대로 나타내고, 기타 항목은 가장 나중에 나타내는 것이 보통이다.

[교과서]

2 연수네 반 학생들이 학교 도서관에서 빌린 책의 종류별 권수의 비율을 띠 모양 그래프로 알아봅시다.

- 빌린 책의 전체 권수에 대한 종류별 권수의 백분율을 구하여 표를 완성해 보세요.

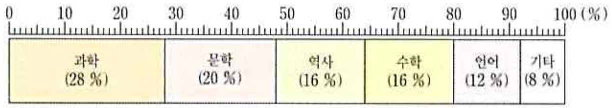
빌린 책의 종류별 권수

종류	과학	문학	역사	수학	언어	기타	합계
권수(권)	7	5	4	4	3	2	25
백분율(%)	28	20	16	16	12	8	100

- 빌린 책의 전체 권수에 대한 종류별 권수의 비율을 한눈에 알아보려면 어떻게 해야 하는지 이야기해 보세요. 예 비율을 이용하여 그래프로 나타냅니다.

전체에 대한 각 부분의 비율을 띠 모양에 나타낸 그래프를 띠그래프라고 합니다.

빌린 책의 종류별 권수



- 띠그래프를 보고 알 수 있는 내용을 말해 보세요.
  예 연수네 반 학생들은 과학책을 가장 많이 빌렸습니다.
- 자료를 띠그래프로 나타내면 어떤 점이 좋은지 말해 보세요.
  예 전체에 대한 각 부분의 비율을 한눈에 알아볼 수 있습니다.
- 실생활에서 띠그래프로 나타낼 수 있는 것을 말해 보세요.

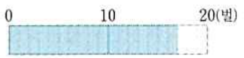
[6-1-4] 비와 비율

[교과서]

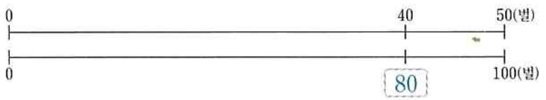
1 알뜰 시장에서 티셔츠는 50벌 중 40벌이 판매되었고, 바지는 20벌 중 17벌이 판매되었습니다. 티셔츠와 바지의 판매율을 비교해 봅시다.

- 티셔츠의 판매량을 그림으로 나타내어 보세요.

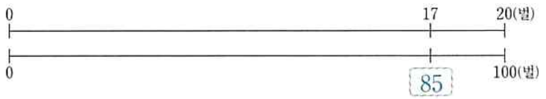
- 바지의 판매량을 그림으로 나타내어 보세요.



- 티셔츠와 바지의 판매율을 비교하려면 어떻게 해야 하나요? 예 기준량을 같게 해야 합니다.
- 만약 티셔츠가 100벌이 있었다면 몇 벌이 판매된 것일까요? 80벌



- 만약 바지가 100벌이 있었다면 몇 벌이 판매된 것일까요? 85벌



- 판매율이 더 높은 것은 어느 것인가요? 바지

기준량을 100으로 할 때의 비율을 백분율이라고 합니다. 백분율은 기호 %를 사용하여 나타냅니다. 비율 $\frac{85}{100}$를 85 %라 쓰고 85 퍼센트라고 읽습니다.

 $\frac{1}{100}=1\,\%$  $\frac{85}{100}=85\,\%$

[활동1] 백분율이 필요한 상황을 파악하고, 백분율의 뜻 이해하기

- 이중수직선 모델은 백분율에 대한 이해를 돕는 시각적 표현일 뿐이므로 학생들에게 개념 자체를 강요하여 지도하지 않도록 한다.
- 100칸 모눈에 색칠된 양을 확인하며 1%와 85%에 대한 양감을 가질 수 있도록 지도한다.
- 1%와 85% 이외에 다양한 %를 100칸 모눈에 나타내어 보도록 한다.

2. (가)는 2015 개정 수학과 교육과정의 1~2학년군 '수와 연산' 영역 성취기준의 일부이고, (나)는 덧셈과 뺄셈에 대하여 교사들이 나눈 대화이다. 물음에 답하시오. [4점]

(가)

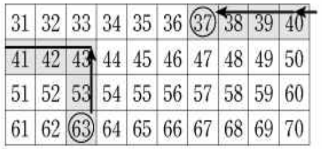
① 네 자리 이하의 수
[2수01-04] 하나의 수를 두 수로 (㉠)하고 두 수를 하나의 수로 (㉡)하는 활동을 통하여 수 감각을 기른다.

(나)

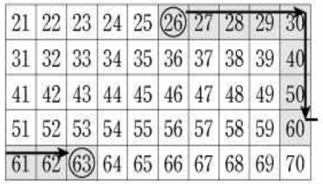
김 교사: 초등학교 1, 2학년 수학 학습의 초점은 수 감각의 발달, 수 연산의 이해, 계산 속달이라고 할 수 있습니다.

박 교사: 맞습니다. 25+8과 같이 받아올림이 있는 덧셈은 25+(5+3) = (25+5)+3 = 30+3 = 33과 같은 과정을, 15-8과 같이 받아내림이 있는 뺄셈은 15-(5+3)=(15-5)-3=10-3=7과 같은 과정을 거쳐 답을 구합니다. 이때, (㉠)와/과 (㉡) 활동이 이러한 덧셈과 뺄셈 과정의 기초가 됩니다.

김 교사: 받아내림이 있는 뺄셈을 지도할 때, 수배열표를 이용한 시각적 모델을 사용하면 뺄셈을 하는 여러 가지 방법을 이해하는 데 도움이 됩니다. 예를 들어, 63-26의 경우, [그림 1]은 거꾸로 세기를, [그림 2]는 이어 세기를 이용하여 구하는 방법을 보여줍니다.



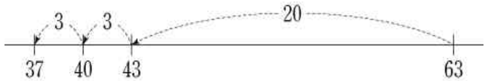
[그림 1]



[그림2]

[그림 1]은 (63-20)-6=43-6=43-3-3=40-3=37과 같은 과정을 통해 63-26=37을 계산한 것이고, [그림 2]는(㉢)입니다.

박 교사: 저는 ㉣[그림 3]과 같은 수직선을 이용한 시각적 모델을 사용합니다. 수직선 모델은 수배열표 모델이 보여주는 계산 방법을 사용하지만, 직선 모델을 이용하므로 그 방법을 도식화하여 보여주기에 효과적입니다. [그림 3]은 [그림 1]을 수직선으로 간단하게 나타낸 것입니다.



[그림 3]

김 교사: 수배열표와 수직선을 이용한 방법은 ㉤가역적 사고를 설명하기에도 좋은 것 같습니다.

1) (가)와 (나)의 ㉠과 ㉡에 공통으로 들어갈 단어를 각각 쓰시오. [1점]

㉠ ________________

㉡ ________________

2) ① (나)의 ㉢에 들어갈 [그림 2]의 계산 방법을 덧셈식과 뺄셈식을 모두 포함하도록 쓰고, ② ㉤을 15-8을 사용하여 설명하시오. [2점]

① ________________

② ________________

3) (나)의 ㉣은 브루너(J. Bruner)의 EIS 이론의 표현 양식 중 무엇에 해당하는지 쓰시오. [1점]

2 ▸ 2020수학

	채점 요소	정답 예시	배점
1)	성취기준	㉠ 분해 ㉡ 합성	1
2)	이어 세기 가역적 사고	① 63 - 26 = □, 26 + □ = 63, (26+4)+30+3=(30+30)+3=60+3=63 ② 가역적 사고는 어떤 변화가 일어난 상태에서 그 변화를 역으로 돌려 원래의 상태로 되돌릴 수 있는 사고 능력으로 15에서 왼쪽으로 8칸 가면 7이고 (15-8=7), 7에서 다시 오른쪽으로 8칸 가면 15이다	2
3)	EIS 이론	영상적 표상	1

위쌤 Tip

[2020학년도 - B - 2번]

❶ 성취기준 → ❷ 가역적 사고 → ❸ EIS 이론

출제 포인트
두 자리 수 범위의 덧셈과 뺄셈
곱셈
세 자리 수의 덧셈과 뺄셈
소수의 덧셈과 뺄셈
위치적 기수법
수학적 오류

2020학년도 - B - 2번 1) 성취기준

[초등학교 1~2학년] - 수와 연산

1 네 자리 이하의 수

[2수01-01] 0과 100까지의 **수 개념**을 이해하고, 수를 세고 읽고 쓸 수 있다.

[2수01-02] 일, 십, 백, 천의 **자릿값과 위치적 기수법**을 이해하고, 네 자리 이하의 수를 읽고 쓸 수 있다.

[2수01-03] 네 자리 이하의 수의 범위에서 **수의 계열**을 이해하고, **수의 크기**를 비교할 수 있다.

[2수01-04] 하나의 수를 두 수로 **분해**하고 두 수를 하나의 수로 **합성**하는 활동을 통하여 수 감각을 기른다.

2 두 자리 수 범위의 덧셈과 뺄셈

[2수01-05] 덧셈과 뺄셈이 이루어지는 실생활 상황을 통하여 **덧셈과 뺄셈의 의미**를 이해한다.

[2수01-06] 두 자리 수의 범위에서 **덧셈과 뺄셈의 계산 원리**를 이해하고 그 계산을 할 수 있다.

[2수01-07] **덧셈과 뺄셈의 관계**를 이해한다.

[2수01-08] 두 자리 수의 범위에서 **세 수의 덧셈과 뺄셈**을 할 수 있다.

[2수01-09] **□가 사용된 덧셈식과 뺄셈식**을 만들고, □의 값을 구할 수 있다.

3 곱셈

[2수01-10] 곱셈이 이루어지는 실생활 상황을 통하여 **곱셈의 의미**를 이해한다.

[2수01-11] **곱셈구구**를 이해하고, 한 자리 수의 곱셈을 할 수 있다.

(가) 학습 요소

- 덧셈, 뺄셈, 곱셈, 짝수, 홀수, +, −, ×, =, >, <

(나) 교수·학습 방법 및 유의 사항

- **자연수가 개수, 순서, 이름** 등을 나타내는 경우가 있음을 알고, 실생활에서 수가 쓰이는 사례를 통하여 수의 필요성을 인식하게 한다.
- **수 세기가 필요한 장면에서 묶어 세기, 뛰어 세기**의 방법으로 수를 세어 보고, 실생활 장면에서 **짝수와 홀수**를 직관적으로 이해하게 한다.
- **두 자리 수를 10개씩 묶음과 낱개**로 나타내게 함으로써 **위치적 기수법**의 기초 개념을 형성하게 한다.
- **수를 분해하고 합성하는 활동**은 20 이하의 수의 범위에서 한다.
- **'더한다', '합한다'**, '~보다 ~ 큰 수', '~보다 ~ 작은 수', **'뺀다', '덜어 낸다'**, '합', '차' 등의 일상용어를 사용하여 덧셈과 뺄셈의 의미에 친숙하게 한다.
- 덧셈은 두 자리 수의 범위에서 다루되, **합이 세 자리 수**인 경우도 포함한다.
- 덧셈과 뺄셈을 **여러 가지 방법**으로 계산하는 활동을 통하여 연산 감각을 기르게 한다.
- 한 가지 상황을 덧셈식과 뺄셈식으로 나타내는 활동을 통하여 **덧셈과 뺄셈의 관계**를 이해하게 한다.
- □가 사용된 덧셈식과 뺄셈식은 □의 값을 **직관**적으로 구할 수 있는 수준으로 다룬다.
- 학생들에게 친근한 실생활 상황을 이용하여 덧셈과 뺄셈에 관련된 **문제를 만들고 해결**하게 한다.
- 곱셈의 의미는 **배의 개념과 동수누가**를 통하여 다루고, **1의 곱과 0의 곱**은 실생활과 관련지어 다룬다.
- 수와 연산 영역의 문제 상황에 적합한 문제 해결 전략을 지도하여 **문제 해결 능력**을 기르게 한다.

(다) 평가 방법 및 유의 사항

- **덧셈과 뺄셈을 여러 가지 방법으로 계산하는 활동을 평가**할 때에는 학생들이 자유롭게 계산하도록 하는 데 초점을 두고 이를 지나치게 형식화하지 않도록 **관찰, 면담** 등의 다양한 방법을 이용한다.

2020학년도 - B - 2번 3) EIS이론 / 수학적 사고의 방법

인지 경로에 따른 수학 학습 과정 : EIS이론

활동적 표상 : 활동적 체험적 이해	**구체물 수준**에서 수 연산을 표상하는 것은 **사물을 조작**하는 것에서 시작한다. 예로 5의 개념을 가르치기 위해서 구슬 5개나 바둑돌 5개가 주어질 것이다. 2+1의 덧셈을 가르치기 위해서는 구슬 2개가 주어질 것이고, 학생에게 몇 개를 가지고 있는지를 확인하고 구슬 1개를 더 주어 현재 가지고 있는 구슬의 개수를 묻게 된다.
영상적 표상 : 시각적 이해	**반구체 수준**은 2차원의 **그림(예 그림, 선, 단위 표시 등)을 사용해 수학 문제를 해결**하는 것으로, 실제 구슬이나 블록 등을 사용하는 것이 아니라 그에 해당하는 **개수 표시나 그림과 같은 시각적 표상**을 활용하는 것이다. 만약 2+1을 해결하려 한다면 2 옆에 개수 표시 2개, 1 옆에 개수 표시 1개를 그리고, 문제를 해결하기 위해 전체적으로 표시한 개수를 세도록 한다.
상징적 표상 : 개념적 논리적 이해	학생들이 수학 개념에 대해 구체적 표상과 반구체적 표상을 이해하게 되면 **추상적인 수준**의 학습이 시작된다. . 학생이 추상적 수준에서 학습을 시작하게 되면 시각적 표상으로 문제를 해결하는 것이 아니라 **상징, 즉 2, 7, 9 등만이 사용된다.**

수학적 사고의 방법

수학적 지식은 수학 활동의 결과이고, 수학적 사고는 수학 활동의 과정이다. 수학적 사고는 수학적인 문제 상황을 해결하기 위한 사고라고 할 수 있다. 수학적 사고는 **내용과 관련한** 집합적 사고, 함수적 사고, 도형적 사고, 통계적 사고 등과 내용과는 상관없는 **기능적 측면에서의** 직관과 논리, 가역적 사고, 귀납적 사고, 연역적 사고, 유추적 사고 등으로 나누어 생각할 수 있다.

가. 직관과 논리

수학적 사고는 직관과 논리의 상호작용의 결과라고 할 수 있다. 직관은 수학적 발상이고 논리는 그 직관적인 발상을 정교화하고 다듬는 일이라 할 수 있다. 수학적 사고의 특성은 논리성으로 대표할 수 있지만 새로운 수학적 사고의 시작은 우연에 의한 결과인 경우가 있다. 위치적 기수법의 기초가 되는 '0'이나 분수, 소수, 음수, 복소수 등은 논리적인 노력의 소산이라기보다는 우연적인 발상에 의한 것이라고 할 수 있다. 직관적인 수학적 아이디어는 철저한 논리적 검증을 거쳐서 유용한 수학적 지식으로 거듭하게 된다. 수학사에서 비유클리드 기하학의 시작은 '한 선분을 서로 다른 두 직선이 교차할 때, 두 내각의 합이 직각의 두 배보다 작으면, 이 직선을 무한히 연장하면 두 내각의 합이 직각의 두 배보다 작은 쪽에서 교차한다'는 유클리드 제5공준에 대한 의심에서부터 시작했다.

이 공리는 '직선 밖의 한 점을 지나면서, 그 직선에 평행인 직선은 단 1개 존재한다'는 평행선 공준과도 동치인데 이는 평면에서는 성립하지만 곡면에서는 성립하지 않는다. 즉, 안장형 곡면에서는 직선 밖의 한 점을 지나면서, 그 직선에 평행인 직선이 2개 이상 존재하게 된다.

초등학교에서 학생들이 수학을 학습할 때에도 수학적 개념이나 절차 등을 당연하게 받아들이기보다는 학생들의 수준에서 끊임없이 의심하고 질문을 하면서 활발한 논의를 하도록 할 필요가 있다. 이는 그 논의 과정 자체로도 많은 수학적인 아이디어를 생각하도록 하는 기회를 제공한다는 점에서 가치가 있다.

나. 가역적 사고

가역적 사고는 어떤 변화가 일어난 상태에서 그 변화를 역으로 돌려 원래의 상태로 되돌릴 수 있는 사고능력을 말한다. 이는 사고의 방향을 유연하게 바꾸어 변화 이전의 상태를 재구성 할 수 있는 사고이다. 수학적 사고가 성숙하려면 가역적 사고의 능력이 필요하다.

예를 들면, 방적식에서 등식의 좌변과 우변에 있는 항의 위치를 바꿀 때 연산의 기능이 바뀌는 관계를 이해하거나 거꾸로 풀기 방법으로 미지수를 구하는 전략을 사용하는 것 등을 가역적 사고라고 할 수 있다. 가역적 사고는 수학 학습에서 보다 고차원적인 사고로 진행하는 데 필요한 사고이다.

3. (가)는 2015 개정 수학과 교육과정의 '도형' 영역 교수 · 학습에 대한 지도 교사와 예비 교사들의 대화이고, (나)는 3~4학년군 '삼각형의 분류'에 대한 교수 · 학습 과정안의 일부이다. 물음에 답하시오. [4점]

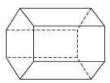
(가)

지도 교사: 도형 영역에서는 학생들이 개념을 명확히 익히고 개념의 성질을 탐구하여 문제해결에 적용하도록 지도하는 것이 중요합니다.

예비 교사 A: '도형의 합동'에 대한 수업을 참관한 적이 있었는데, 학생들이 합동인 도형의 성질을 어려워했습니다. 어떻게 지도하는 것이 좋을까요?

지도 교사: ㉠합동인 도형의 성질을 알도록 여러 가지 활동을 해보는 것이 좋습니다.

예비 교사 B: '각기둥'에 대한 수업을 참관한 적이 있었는데, [그림 1]의 육각기둥에 밑면이 4쌍 있다고 답하는 학생들이 있었습니다.

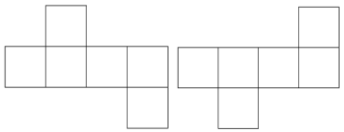


[그림 1]

예비 교사 A: 밑면이 되기 위한 조건에서 두 면이 서로 평행하고 합동이라는 것만 생각하고 (㉡)을/를 고려하지 않아 그런 것 같습니다.

지도 교사: 그렇습니다. 개념을 익히는데 있어 일부 조건만 고려할 경우 이런 개념적 오류가 나타나기도 합니다.

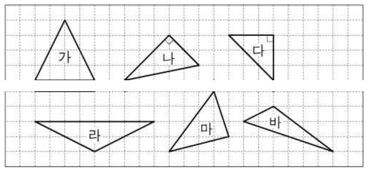
예비 교사 C: '평면도형의 이동'에 대한 수업을 참관한 적이 있습니다. 학생들이 [그림 2]와 같은 조각을 이용한 평면도형의 이동을 어려워했습니다. 어떻게 지도하면 좋을까요?



[그림 2]

지도 교사: 공간 추론이 어려운 학생들은 투며여 종이나 도형판을 활용하여 확인하도록 지도하면 도움이 됩니다.

(나)

단계	교수 · 학습 활동
도입	• 그림에서 삼각형 파악하기
전개	• 삼각형을 다른 기준으로 파악하기 • **삼각형 분류하기** <활동 1> (㉤) <활동 2> (㉥) <활동 3> 주어진 삼각형을 분류하여 표 완성하기  |	예각삼각형	직각삼각형	둔각삼각형 | 이등변삼각형: 가, 다, 라 세 변의 길이가 모두 다른 삼각형: 마, 나, 바
정리	• 알게 된 점 말하기

	예각삼각형	직각삼각형	둔각삼각형
이등변삼각형	가	다	라
세 변의 길이가 모두 다른 삼각형	마	나	바

1) 도형을 직접 포개어 보는 것 외에, 반 힐레(van Hieles)의 기하 학습 수준 이론 중 분석적 사고 수준에 해당하는 (가)의 ㉠을 1가지만 쓰시오. [1점]

2) (가)의 ㉡에 들어갈 말을 쓰시오. [1점]

3) (가)의 [그림 2]의 조각 ㉢을 오른쪽으로 5번 뒤집고 시계 방향으로 (ⓐ)°만큼 3번 돌리면 조각 ㉣과 같이 된다. ⓐ에 들어갈 수를 2가지 쓰시오. (단, 0 ≤ ⓐ ≤ 180) [1점]

4) (나)의 ㉤과 ㉥에 들어갈 활동 내용을 각각 쓰시오. [1점]

㉤ ____________________

㉥ ____________________

3 ▸ 2020수학

	채점 요소	정답 예시	배점
1)	합동인 도형의 성질	대응변의 길이와 대응각의 크기를 재어 비교해 보는 활동을 한다.	1
2)	밑면	두 밑변은 나머지 면들과 수직으로 만난다는 조건	1
3)	평면도형의 이동	60°와 180°	1
4)	삼각형분류	㉤ 삼각형을 변의 길이에 따라 분류하기 ㉥ 삼각형을 각의 크기에 따라 분류하기	1

위쌤 Tip

[2020학년도 - B - 3번]

❶ 반힐의 기하 학습 발달 수준 이론 ⇨ ❷ 각기둥 ⇨ ❸ 삼각형 분류

출제 포인트
- 합동 · 대칭
- 직육면체, 정육면체
- 각기둥, 각뿔
- 원기둥, 원뿔, 구
- 원의 구성 요소
- 여러 가지 삼각형 / 사각형

2020학년도 - B - 3번 1) 반힐 / 합동인 도형의 성질

반힐의 기하 학습 발달 수준 이론

반 힐 이론의 기본적인 아이디어는 수학적 사고 활동이란 경험의 세계를 조직화하는 활동이며, 한 수준에서 경험을 정리하는 수단이 새로운 경험을 인식하게 하는 대상으로 인식되어 그것을 조직화하는 활동이 이루어지게 되면 그 다음의 수준으로 비약하게 되는 과정을 반복하는바, 수학의 학습 지도는 그러한 주기를 재발명해 가도록 되어 있어야 한다는 것이다.

반 힐이 제시한 기하적 사고 발달의 과정 또는 기하에 관련된 학습 수준은 시각적 인식 수준(또는 통합적 수준), 분석적 수준, 비형식적 연역 수준, 형식적 연역 수준, 엄밀한 수준으로 구분된다.

가. 수준 1: 시각적 인식 수준(또는 통합적 수준)

주변 대상을 모양이라는 측면에서 인식하고 파악하는 단계이다. 이 수준에 있는 학생들은 도형을 그 구성 요소에 대한 명확한 고려 없이 전체로서의 시각적 외관에 따라 판별한다. 예를 들면 삼각형, 사각형, 육면체 등으로 도형의 이름을 말할 수 있지만 그 성질을 명확하게 파악하지 못한다. 이 수준의 학생은 기하의 용어를 배울 수 있고 구체화된 도형을 식별할 수 있으며 도형이 주어졌을 때 그것을 똑같이 그릴 수 있다. 또한 이 도형들을 도형 판이나 모눈종이에 그대로 옮길 수 있다.

나. 수준 2: 분석적 수준

이 수준의 학생들은 도형의 성질에 주목하여 도형의 구성 요소와 성질에 대한 비형식적 분석을 통해 도형을 파악할 수 있다. 즉 관찰과 실험을 통해 도형의 특성을 식별할 수 있다. 이 수준의 학생들은 '직사각형'이라는 용어의 사용에 익숙하면서 '직사각형' 대신에 '모든 각이 직각인 네 변을 갖는 모양'으로 언급한다. 하지만 이 수준의 학생들은 다른 도형들의 성질과의 연관성은 파악하지 못하는 상태이다. 예를 들면 '정사각형은 네 각이 직각이고 네 변의 길이가 같다', '마름모는 네 변의 길이가 같다' 라고 할 수는 있지만 정사각형과 마름모의 성질 사이에 어떤 관계가 있는지는 알지 못한다. 또한 기하학적 정의를 이해하지 못하고 수학적 증명도 잘 이해하지 못하며 기하에서의 정의의 가치를 충분히 인식하지 못한다.

다. 수준 3: 비형식적 연역 수준

이 수준의 학생들은 도형의 성질들 사이의 상호 관련성을 이해할 수 있는데 다음과 같은 관계성을 파악할 수 있다.
- 한 사각형에서 마주 보는 변들이 서로 평행하기 위해서는 마주 보는 각의 크기가 서로 같아야 한다.
- 정사각형은 직사각형이 가지고 있는 모든 성질을 가지고 있기 때문에 정사각형은 직사각형이다.

이 수준의 학생들은 도형과 그 성질들 사이의 논리적인 관계가 정의를 통해 확립되는 것은 이해하지만 연역의 완전한 관계는 아직 이해하지 못한다. 즉 간단한 추론은 가능하지만 증명은 이해하지 못한다. 예를 들면 '정사각형은 직사각형이다. '정사각형은 마름모이다'라고 할 수는 있지만 이러한 추론을 증명할 일련의 명제를 조직하지는 못한다.

라. 수준 4: 형식적 연역 수준

이 수준의 학생들은 명제가 연구의 대상이 되어 명제들 간의 논리적 관계를 통해 공리, 정리, 증명의 의미와 역할을 이해하고 기하의 연역(또는 추론)의 본질을 이해할 수 있다. 또한 이 수준에 도달한 학생은 기하학적 사고의 전개와 형성의 수단인 연역의 의미를 이해하고 한 명제에서 다른 명제로 연역해 나가기 위해 명제들을 논리적으로 연결할 수 있으며 어떤 명제가 참임을 증명할 수 있다. 예를 들면 삼각형의 내각의 크기의 합은 180°라는 명제를 증명할 수 있지만 엄밀한 증명의 필요성을 깨닫지 못하며 다른 공리 체계의 가능성을 이해하지 못한다. 따라서 이 수준의 학생은 서로 다른 공리가 서로 다른 체계, 나아가 서로 다른 정리를 유도한다는 사실은 인식하지 못하지만 특별한 체계 안에서 수학적으로 추론할 수는 있다. 이 수준의 학생들은 무정의 용어, 공리, 공준, 정의, 정리, 증명의 역할과 상호 관련성을 알 수 있으며 단순 암기에 의해서가 아니라 증명을 구성할 수 있다. 필요조건과 충분조건의 상호 관계를 이해하며 명제와 그 역의 차이점을 알 수 있다.

마. 수준 5: 엄밀한 수준

이 수준에 도달한 학생들은 다양한 공리 체계를 이해할 수 있으며 비교할 수 있다. 즉 비유클리드 기하(non-Euclidean geometry)와 같은 다양한 공리 체계를 학습할 수 있다. 또한 구체적인 대상(도형)이 없이도 이론을 전개할 수 있을 정도로 추상화가 발달되어 있다. 일반적으로 학교 기하 교육의 목표는 학생들이 형식적 연역 수준에 도달하게 하는 것, 즉 증명의 의미를 이해할 수 있도록 하는 것이다. 학교 기하 교육을 통하여, 엄밀한 수준에 도달하는 학생은 거의 없으며 또한 이 수준의 측정은 불가능한 것이라고 한다.

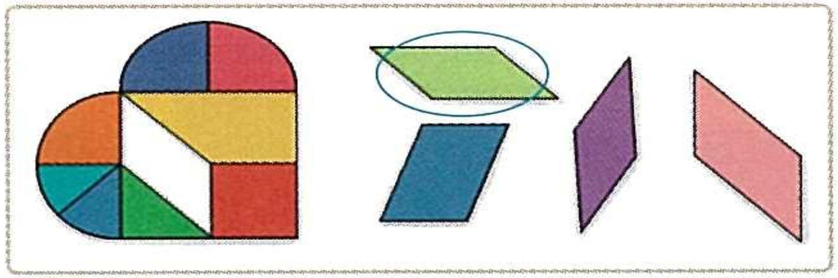
	시각적 인식	분석	관계
대상	사물	도형	성질
수단	도형	성질	명제
이름	인식	분석	관계
정의	도형을 구별	도형을 여러 요소로 분석	도형을 형식적으로 정의
성질		도형의 성질을 직관적으로 혹은 조작적 활동을 통하여 귀납적으로 인식	도형의 성질을 조작적 활동을 통하여 귀납적으로 증명
포함관계			도형의 포함관계를 인식

제2수준의 사고를 조성하기 위해서 도형의 다양한 예와 예가 아닌 것을 분석하도록 학생을 격려해야 한다. 이때 필요한 활동이 묘사하기와 분류하기이다. 물체를 묘사하고, 묘사한 것을 바탕으로 두 물체가 기하적으로 비슷한지 또는 다른지 직관적으로 분류하는 활동은 학생들이 2수준으로 발달하도록 도울 수 있다.

제2수준의 학생들이 제3수준으로 발전하게 하기 위해서는 개념의 핵심적인 속성에 중점을 두고 개념을 정의하기 위해 필요한 최소한의 속성을 비형식적으로 추론할 수 있도록 학생을 도와주어야 한다. 개념의 다양한 예를 제시하고 어떤 속성을 모든 예에서 발견할 수 있는지, 몇 개의 예에서만 발견할 수 있는지를 학생들이 명확하게 생각할 수 있도록 격려하고, 학생 스스로 정의를 평가하게 해야 한다. 이를 통하여 개념의 핵심적인 속성에 중점을 두고 정의하였음을 이해하도록 돕는다.

[5-2-3] 합동과 대칭 - [3차시] 합동인 도형의 성질을 알아볼까요

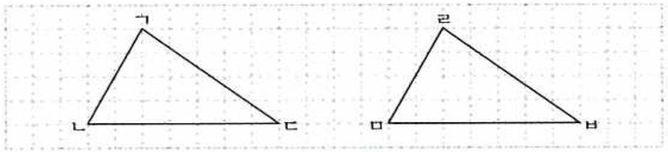
1 비어 있는 부분에 들어갈 모양 조각을 찾아봅시다. 준비물 5



- 비어 있는 부분에 들어갈 모양 조각이 어느 것인지 찾아보세요.

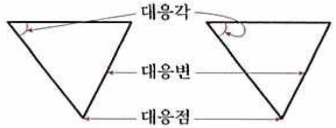
- 그림에서 비어 있는 부분에 들어갈 모양 조각을 직접 맞추어 보고 어떤 성질 때문에 비어 있는 부분에 꼭 맞게 되는지 살펴본다.

2 서로 합동인 두 도형을 포개었을 때 겹치는 곳을 알아봅시다. 준비물 6



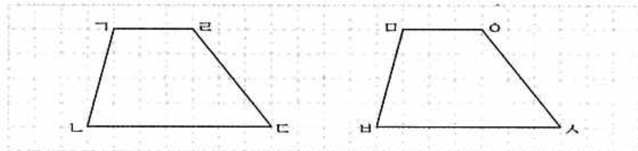
- 포개었을 때 겹치는 꼭짓점을 모두 찾아보세요. 예 점 ㄱ과 점 ㄹ
  점 ㄴ과 점 ㅁ, 점 ㄷ과 점 ㅂ
- 포개었을 때 겹치는 변을 모두 찾아보세요.
  변 ㄱㄴ과 변 ㄹㅁ, 변 ㄴㄷ과 변 ㅁㅂ, 변 ㄱㄷ과 변 ㄹㅂ
- 포개었을 때 겹치는 각을 모두 찾아보세요.
  각 ㄱㄴㄷ과 각 ㄹㅁㅂ, 각 ㄱㄷㄴ과 각 ㄹㅂㅁ, 각 ㄴㄱㄷ과 각 ㅁㄹㅂ

서로 합동인 두 도형을 포개었을 때 완전히 겹치는 점을 대응점, 겹치는 변을 대응변, 겹치는 각을 대응각이라고 합니다.



- 그림에서 비어 있는 부분에 들어갈 모양 조각을 찾을 때 어떤 성질 때문에 빈 부분에 꼭 맞게 되는지 도형의 구성 요소를 이용하여 설명해 볼 수 있도록 한다. **전 차시에서는 변의 길이나 각의 크기를 살펴보기보다는 남거나 모자란 부분이 없이 완전히 포개어지는 것에 중점을 둔 활동이었다면** 활동 1에서는 변, 각과 같은 도형의 구성 요소를 이용하여 생각해볼 수 있도록 지도한다. 이 활동에서는 대응변, 대응각과 같은 용어는 도입하지 않지만 변의 길이와 각의 크기가 같다는 것을 학생들이 확인할 수 있도록 한다.

3 서로 합동인 두 도형에서 대응변의 길이와 대응각의 크기를 알아봅시다. 준비물 4



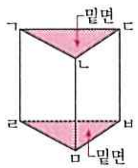
- 두 사각형에서 대응변을 찾아 각각의 길이를 비교해 보세요. 길이가 서로 같습니다.
- 두 사각형에서 대응각을 찾아 각각의 크기를 비교해 보세요. 크기가 서로 같습니다.
- 서로 합동인 두 도형의 성질을 설명해 보세요. 예 각각의 대응변의 길이가 서로 같습니다. 각각의 대응각의 크기가 서로 같습니다.

- **도형을 직접 포개어 보지 않고도 합동인 도형의 성질을 알게 하기 위해 대응변의 길이와 대응각의 크기를 재어 비교해 보는 활동을 한다.**

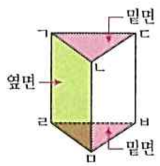
2020학년도 - B - 3번 2) 각기둥 구성요소

[6-1-2] 각기둥과 각뿔 - 각기둥

각기둥에서 면 ㄱㄴㄷ과 면 ㄹㅁㅂ과 같이 서로 평행하고 합동인 두 면을 밑면이라고 합니다. 이때 두 밑면은 나머지 면들과 모두 수직으로 만납니다.

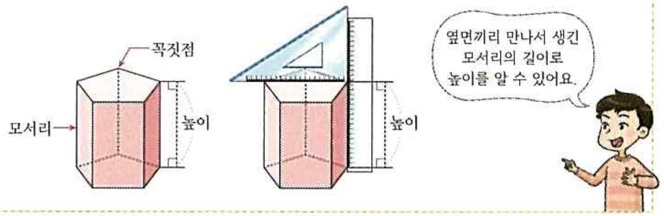


각기둥에서 면 ㄱㄹㅁㄴ, 면 ㄴㅁㅂㄷ, 면 ㄷㅂㄹㄱ과 같이 두 밑면과 만나는 면을 옆면이라고 합니다.
이때 각기둥의 옆면은 모두 직사각형입니다.

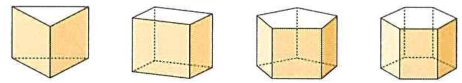


각기둥은 밑면의 모양에 따라 삼각기둥, 사각기둥, 오각기둥……이라고 합니다.

각기둥에서 면과 면이 만나는 선분을 모서리라 하고, 모서리와 모서리가 만나는 점을 꼭짓점이라고 하며, 두 밑면 사이의 거리를 높이라고 합니다.



3 각기둥을 보고 물음에 답하세요. 추론 정보 처리



- 표를 완성해 보세요.

도형	한 밑면의 변의 수(개)	꼭짓점의 수(개)	면의 수(개)	모서리의 수(개)
삼각기둥	3	6	5	9
사각기둥	4	8	6	12
오각기둥	5	10	7	15
육각기둥	6	12	8	18

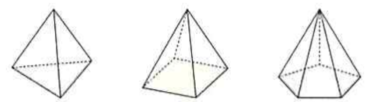
- 규칙을 찾아 식으로 나타내어 보세요.

• (꼭짓점의 수)=(한 밑면의 변의 수)×2
예 • (면의 수)=(한 밑면의 변의 수)+2
• (모서리의 수)=(한 밑면의 변의 수)×3

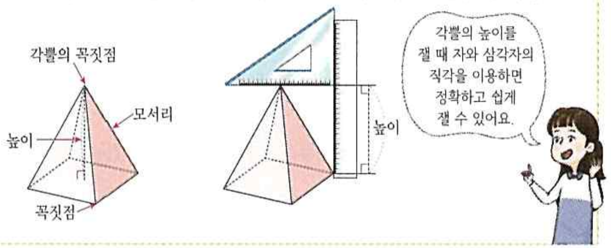
한 걸음 더

[6-1-2] 각기둥과 각뿔 - 각뿔

각뿔은 밑면의 모양에 따라 삼각뿔, 사각뿔, 오각뿔……이라고 합니다.

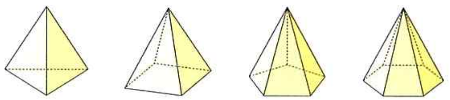


각뿔에서 면과 면이 만나는 선분을 모서리라 하고, 모서리와 모서리가 만나는 점을 꼭짓점이라고 합니다. 꼭짓점 중에서도 옆면이 모두 만나는 점을 각뿔의 꼭짓점이라 하고, 각뿔의 꼭짓점에서 밑면에 수직인 선분의 길이를 높이라고 합니다.



한 걸음 더 **[6-1-2] 각기둥과 각뿔 - 각뿔**

3 각뿔을 보고 물음에 답하세요. 추론 정보 처리



• 표를 완성해 보세요.

도형	밑면의 변의 수(개)	꼭짓점의 수(개)	면의 수(개)	모서리의 수(개)
삼각뿔	3	4	4	6
사각뿔	4	5	5	8
오각뿔	5	6	6	10
육각뿔	6	7	7	12

• 규칙을 찾아 식으로 나타내어 보세요.

• (꼭짓점의 수)=(밑면의 변의 수)+1

예 • (면의 수)=(밑면의 변의 수)+1

• (모서리의 수)=(밑면의 변의 수)×2

2020학년도 - B - 3번 4) 삼각형의 분류

[4-2-2] 삼각형 - [단원 배경지식] 1 삼각형의 분류

도형 학습에서 기준에 따라 도형을 분류하고 명명하는 범주화를 통해 새로운 도형을 도입하는 것은 자연스러운 교수•학습 과정일 것이다. 초등학교 수학에서는 **삼각형을 변의 길이에 따라 이등변삼각형과 정삼각형, 각의 크기에 따라 예각삼각형, 직각삼각형, 둔각삼각형으로 분류하게 된다.**

[2차시] 삼각형을 분류해 볼까요(1)

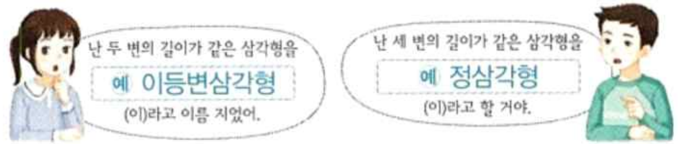
의 삼각형을 변의 길이에 따라 분류해 봅시다.

예

〈변의 길이가 같은 삼각형〉	〈변의 길이가 모두 다른 삼각형〉
나, 다, 라, 마, 아	가, 바, 사

• 삼각형을 변의 길이에 따라 어떻게 분류했는지 말해 보세요.

• 삼각형의 이름을 지어 보세요.



두 변의 길이가 같은 삼각형을 이등변삼각형이라고 합니다.
세 변의 길이가 같은 삼각형을 정삼각형이라고 합니다.

정삼각형을 이등변삼각형이라고 할 수 있을까요?
정삼각형도 두 변의 길이는 같기 때문에 이등변삼각형입니다

[5~6차시] 삼각형을 분류해 볼까요(2)

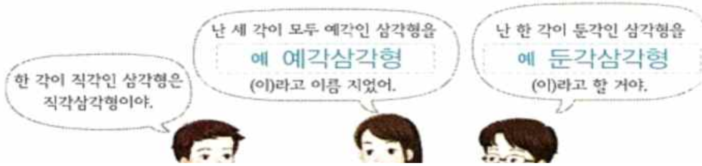
의 삼각형을 각의 크기에 따라 분류해 봅시다.

예

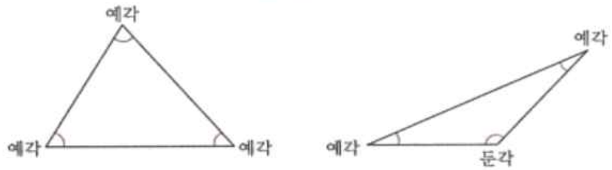
〈세 각이 모두 예각인 삼각형〉	〈직각삼각형〉	〈둔각이 있는 삼각형〉
가, 마	나, 바	다, 라

• 삼각형을 각의 크기에 따라 어떻게 분류했는지 말해 보세요.

• 삼각형의 이름을 지어 보세요.

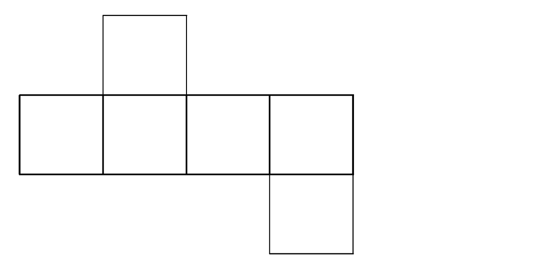


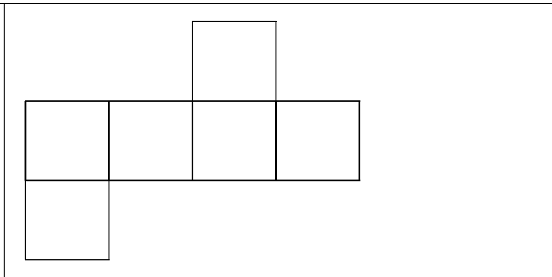
세 각이 모두 예각인 삼각형을 예각삼각형이라고 합니다.
한 각이 둔각인 삼각형을 둔각삼각형이라고 합니다.

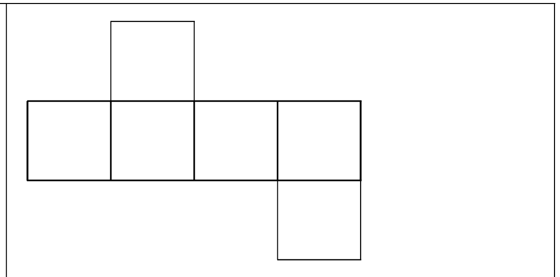


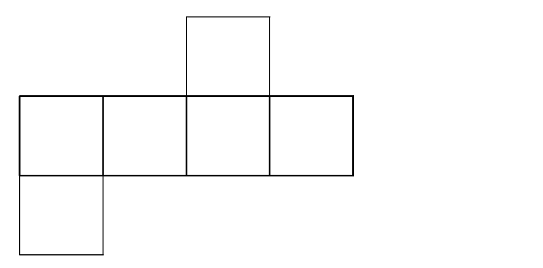
2020학년도 - B - 3번 3) <해설>

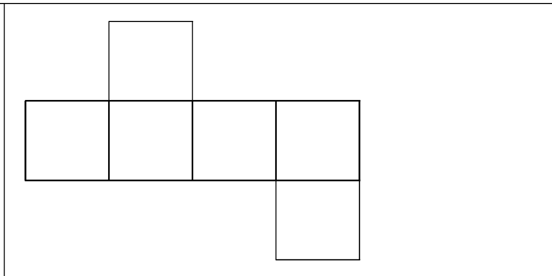
먼저 오른쪽으로 뒤집는 경우 좌우가 바뀌는 모양이 나오고 2번 뒤집으면 다시 원래 도형대로 돌아온다. 그림으로 확인하면 다음과 같다

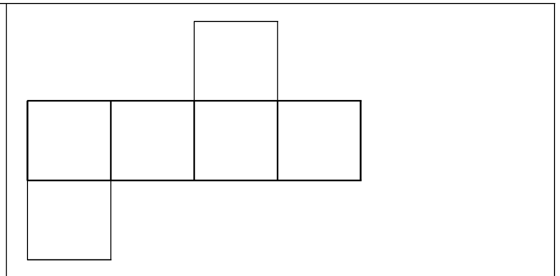

도형 ㉢


오른쪽으로 1회 뒤집기

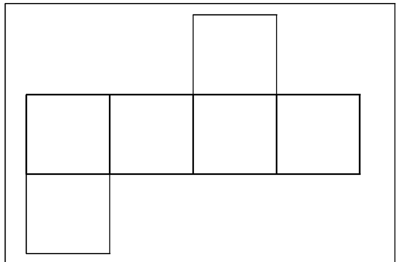

오른쪽으로 2회 뒤집기


오른쪽으로 3회 뒤집기

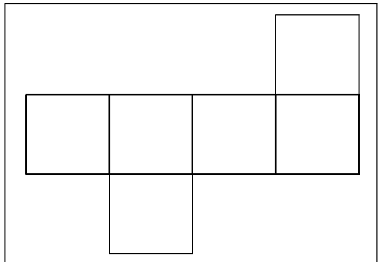

오른쪽으로 4회 뒤집기


오른쪽으로 5회 뒤집기

오른쪽으로 5회 뒤집은 도형을 ㉣처럼 만들기 위해 비교해 보면 위에 있는 부분이 아래로 아래에 있는 부분이 위로 와야 하므로 180° 회전을 해야 한다. 문제에서 시계 방향으로 3번 회전했을 때 도형 ㉣와 같아진다고 했으므로 180°를 3번에 완성해야 하고 한번에 60°씩 회전하면 3번 회전 시 180°가 된다. 그런데 각도는 360° 회전 시 다시 원래 자리로 돌아온다, 따라서 도형을 180°회전하는 것과 여기에 360°를 더한 540° 회전 시에도 같은 도형이 만들어 진다. 이걸 3번 회전으로 만들려면 540÷3=180°이 되고 180°씩 3번 회전하면 도형 ㉣와 같아진다. 따라서 정답은 60°와 180°이다.


오른쪽으로 5회 뒤집기

→


도형 ㉣